



Kasuari: Physics Education Journal (KPEJ) Universitas Papua

website: <https://journal.fkip.unipa.org/index.php/kpej>



Fast Forward and Shortcut to Adiabaticity Methods in Two Level System

Rigo Tambang Apriansyah*, Iwan Setiawan, & Irwan Koto

Pendidikan Fisika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Bengkulu, Indonesia

*Corresponding author: rigotambang@gmail.com

Abstract: This research examines the fast forward and shortcut to adiabaticity (STA) method in accelerating adiabatic dynamics applied to two level systems. The fast forward and shortcut to adiabaticity (STA) method is a strategy developed to accelerate the evolution of quantum systems from the initial state to the final state in a short time. In this method, the acceleration scheme is built by modifying the Hamiltonian through the addition of additional terms to the initial Hamiltonian as regularization terms so that the time-dependent Schrodinger equation is still fulfilled. The formulation of the problem in this study is how to find the regularization term and additional Hamiltonian of the fast forward and STA methods. The methodology used to obtain regularization terms with adiabatic magnetic field and analysis of wave function solutions and additional Hamiltonians. The results of the study are regularization terms and additional Hamiltonians to shorten the dynamics of the system adiabatically. In the fast forward method to obtain the regularization term, one energy information of the system is required, while in the STA method all energy information of the system is required.

Keywords: fast forward, quantum dynamics, scrodinger equations, shortcut to adiabaticity, two level systems

Metode *Fast forward* dan *Shortcut to Adiabaticity* pada Sistem Dua Keadaan (*Two Level System*)

Abstrak: Penelitian ini mengkaji metode *fast forward* dan *shortcut to adiabaticity* (STA) dalam percepatan dinamika adiabatik yang diterapkan pada sistem dua keadaan. Metode *fast forward* dan *shortcut to adiabaticity* (STA) adalah strategi yang dikembangkan untuk mempercepat evolusi sistem kuantum dari keadaan awal ke keadaan akhir dalam waktu singkat. Dalam metode ini, skema percepatan dibangun dengan memodifikasi Hamiltonian melalui penambahan suku tambahan ke Hamiltonian awal sebagai suku regularisasi agar persamaan Schrodinger bergantung waktu tetap terpenuhi. Rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana mencari suku regularisasi dan Hamiltonian tambahan dari metode *fast forward* dan STA. Metodologi yang digunakan untuk mendapatkan suku regularisasi dengan medan magnet secara adiabatik serta analisis solusi fungsi gelombang dan Hamiltonian tambahan. Hasil penelitian adalah suku regularisasi dan Hamiltonian tambahan untuk mempersingkat dinamika sistem secara adiabatik. Pada metode *fast forward* untuk mendapatkan suku regularisasi diperlukan satu informasi energi sistem sedangkan pada STA memerlukan seluruh informasi energi dari sistem.

Kata kunci: dinamika kuantum, *fast forward*, persamaan *schrodinger*, *shortcut to adiabaticity*, sistem dua keadaan

PENDAHULUAN

Waktu produksi diperlukan untuk menghasilkan produk seperti elektronik, otomotif, dan berbagai kebutuhan sehari-hari. Semakin pendek waktu yang dibutuhkan untuk membuat suatu produk, semakin efisien penggunaan waktu. Upaya untuk mengoptimalkan waktu di dunia mikroskopis dapat mengubah sifat partikel. Namun, efisiensi tidak tercapai jika sifat fisik atau kandungan partikel berubah, yang tergantung pada kecepatan waktu (Ainayah et al., 2023). Proses percepatan waktu sangat penting dalam mempertimbangkan percepatan manipulasi keadaan kuantum untuk keperluan manufaktur dan inovasi teknologi (Masuda & Nakamura, 2010). Untuk mengatasi masalah tersebut, ditemukan konsep yang disebut konsep adiabatik untuk mempercepat proses mencapai kesetimbangan tanpa mengubah karakteristik partikel. Namun, penggunaan konsep adiabatik membutuhkan waktu yang lama. Metode yang cocok ditemukan untuk mempercepat proses pembuatan produk tanpa mengubah karakteristik sistem yang ditinjau (Setiawan et al., 2019).

Proses adiabatik adalah proses di mana parameter eksternal sistem Hamiltonian berubah secara adiabatik (Aszhar et al. 2024; Syafitri et al., 2023). Proses di dunia kuantum yang bertujuan untuk mempercepat dinamika kuantum dengan mempertahankan karakteristik setiap tingkat energi sistem disebut proses adiabatik (Elisa et al. 2023). Proses adiabatik sangat penting dalam memanipulasi dinamika partikel karena dengan proses ini, suatu sistem tidak mengalami perubahan keadaan sebelum dan sesudah proses dinamika. Proses adiabatik dapat dilakukan tetapi dengan waktu yang lama. Jadi, tetap perlu lebih efisien ketika digunakan untuk membuat suatu produk. Beberapa metode yang sedang dikembangkan adalah metode *fast forward* dan STA untuk mempercepat dinamika kuantum adiabatik (Setiawan et al., 2019).

Metode *fast forward* adalah metode yang digunakan untuk mempercepat waktu dalam dinamika kuantum adiabatik (Nakamura et al., 2017). Nakamura dan Masuda berhasil mengembangkan metode *fast forward* dalam sistem relativistik (Benggadinda & Setiawan, 2021). Beberapa penelitian telah menggunakan metode *fast forward*, termasuk metode *fast forward* dalam sistem banyak benda (Masuda & Nakamura, 2022), metode *fast forward* di mesin Carnot, metode *fast forward* dalam terowongan (Masuda & Nakamura, 2022; Nakamura et al., 2017), dan beberapa penelitian lainnya. Tinjauan adiabatik diperlukan untuk mempertahankan keadaan sistem pada awal dan akhir evolusi. Selain itu, ada juga metode lain untuk mempercepat dinamika adiabatik yang disebut metode STA. Metode STA adalah strategi untuk mencapai hasil adiabatik dalam waktu terbatas dan banyak digunakan untuk mempercepat dinamika sistem kuantum dengan aplikasi dalam fisika atom, kimia, dan teknologi (Patra & Jarzynski, 2021). STA dapat dicapai dengan menggunakan berbagai teknik (Setiawan et al., 2023). Metode STA dikembangkan untuk mempercepat dinamika kuantum melalui transisi fase kuantum (Chen & Muga, 2010; Del Campo, 2013). Selain mencapai kecepatan, metode STA juga memiliki fitur penting, yaitu banyak alternatif rute yang dapat digunakan sebagai parameter kontrol dan fleksibilitas untuk mengoptimalkan variabel terkait, termasuk meminimalkan energi eksitasi dan konsumsi energi (Guéry-Odelin et al., 2019).

Penulis menggunakan metode *fast forward* dan STA pada sistem kuantum dengan parameterisasi medan magnet tertentu dalam penelitian ini. Medan magnet yang ditinjau adalah medan magnet yang digunakan dalam sistem dua keadaan. Para peneliti menggabungkan kedua metode ini dengan sistem dua keadaan untuk mempercepat dinamika sistem spin tunggal. Metode *fast forward* dan STA memungkinkan kontrol sistem kuantum yang lebih cepat dan lebih efisien tanpa memerlukan proses adiabatik yang lambat.

Hamiltonian tambahan dihasilkan melalui metode *fast forward* dan STA untuk mempercepat dinamika sistem. Tujuan penelitian ini adalah untuk mendapatkan istilah regularisasi dan tambahan Hamiltonian yang dihasilkan oleh metode *fast forward* dan STA yang dapat mempercepat dinamika sistem tanpa mengganggu keadaannya.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian dasar yang mendalami teori fisika kuantitatif dengan melakukan studi literatur mengenai teori kuantum adiabatik (Hutagalung et al., 2023). Studi literatur terkait dengan metode *fast forward* dan STA sebagai faktor penentu untuk mendapatkan fungsi gelombang. Tahap penelitian ini merupakan kajian teoritis terhadap persamaan Schrödinger yang sudah ada kemudian dikaji penggunaan metode *fast forward* dan STA untuk mempercepat dinamika kuantum adiabatik pada sistem dua keadaan dengan mencari fungsi gelombang dan Hamiltonian awal.

Hasil yang diperoleh adalah nilai eigen yang digunakan untuk mencari vektor eigen atau fungsi gelombang dan Hamiltonian tambahan. Hasil nilai eigen dan vektor eigen yang diperoleh digunakan untuk mencari suku regularisasi dan Hamiltonian tambahan untuk menggerakkan spin secara adiabatik (Setiawan et al., 2019). Hasil perhitungan suku regularisasi dan tambahan Hamiltonian divalidasi dan disimulasikan menggunakan aplikasi Wolfram Mathematica. Hasil analisis dan pembahasan kemudian disimpulkan untuk menjawab rumusan masalah, yaitu bagaimana menemukan istilah regularisasi dan penambahan Hamiltonian dari metode *fast forward* dan STA.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hamiltonian dalam sistem dua keadaan (Opatrny & Mølmer, 2014), dapat ditulis sesuai persamaan berikut:

$$H_0 = J\sigma_z + \frac{1}{2}\sigma_x B_x \quad (1)$$

dengan σ merupakan matriks Pauli,

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \sigma_y &= \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \\ \sigma_z &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

J adalah konstanta dan B_x adalah medan magnet. sehingga diperoleh bentuk matriks persamaan (1), sebagai berikut:

$$H_0 = \begin{bmatrix} J & \frac{B_x}{2} \\ \frac{B_x}{2} & -J \end{bmatrix} \quad (2)$$

Parameter waktu adiabatik dapat digunakan yaitu $R(t) = R_0 + \epsilon t \cdot R_0$ dengan ϵ adalah konstanta adiabatik (Setiawan et al., 2019). Hamiltonian dengan parameter waktu $R(t)$ dapat ditulis ulang sebagai:

$$H_0(R(t)) = \begin{pmatrix} J(R(t)) & \frac{B_x}{2}(R(t)) \\ \frac{B_x}{2}(R(t)) & -J(R(t)) \end{pmatrix} \quad (3)$$

Nilai eigen menunjukkan tingkat energi sistem dua keadaan. Nilai eigen dalam sistem ini adalah:

$$\lambda_{\pm} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{4J^2 + B_x^2} \quad (4)$$

Ada dua nilai eigen yang menunjukkan dua tingkat energi, yaitu nilai eigen positif dan nilai eigen negatif. Oleh karena itu, keadaan eigen dapat ditulis:

$$\Psi_{\pm} = \begin{pmatrix} \frac{\pm 2J \pm \sqrt{4J^2 + B_x^2}}{\sqrt{8J^2 + 2B_x^2 + 4J\sqrt{4J^2 + B_x^2}}} \\ \frac{B_x}{\sqrt{8J^2 + 2B_x^2 + 4J\sqrt{4J^2 + B_x^2}}} \end{pmatrix} \quad (5)$$

Metode *fast forward* dalam dinamika kuantum adiabatik dapat ditinjau dengan mengasumsikan vektor eigen adalah adiabatik, yang didefinisikan sebagai:

$$\Psi_0(R(t)) = \begin{pmatrix} C_1(R(t)) \\ C_2(R(t)) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2J + \sqrt{4J^2 + B_x^2}}{\sqrt{8J^2 + 2B_x^2 + 4J\sqrt{4J^2 + B_x^2}}} \\ \frac{B_x}{\sqrt{8J^2 + 2B_x^2 + 4J\sqrt{4J^2 + B_x^2}}} \end{pmatrix} \quad (6)$$

dengan,

$$C_1 = \frac{2J + \sqrt{4J^2 + B_x^2}}{\sqrt{8J^2 + 2B_x^2 + 4J\sqrt{4J^2 + B_x^2}}}$$

$$C_2 = \frac{B_x}{\sqrt{8J^2 + 2B_x^2 + 4J\sqrt{4J^2 + B_x^2}}}$$

Pada metode *fast forward* ini, dinamika percepatan dapat diterapkan melalui konsep regularisasi. Suku regularisasi menjamin bahwa sistem bergerak secara adiabatik (Setiawan et al., 2019). Rumus untuk mencari suku regularisasi ditunjukkan dalam persamaan (9):

$$\tilde{\mathcal{H}}_n \begin{pmatrix} C_1(R) \\ \vdots \\ C_N(R) \end{pmatrix} = i\hbar \begin{pmatrix} \frac{\partial C_1}{\partial R} \\ \vdots \\ \frac{\partial C_N}{\partial R} \end{pmatrix} - i\hbar \left(\sum_{j=1}^N C_j^* \frac{\partial C_j}{\partial R} \right) \begin{pmatrix} C_1(R) \\ \vdots \\ C_N(R) \end{pmatrix} \quad (9)$$

dengan memisalkan,

$$\xi = -i\hbar \left(\sum_{j=1}^N C_j^* \frac{\partial C_j}{\partial R} \right) \begin{pmatrix} C_1(R) \\ \vdots \\ C_N(R) \end{pmatrix} \quad (10)$$

Pada metode *fast forward* ini, salah satu nilai energi digunakan, dan energi positif dipilih. Keadaan eigen positif fungsi gelombang ditulis sebagai:

$$\Psi_+ = \begin{pmatrix} \frac{2J + \sqrt{4J^2 + B_x^2}}{\sqrt{8J^2 + 2B_x^2 + 4J\sqrt{4J^2 + B_x^2}}} \\ \frac{B_x}{\sqrt{8J^2 + 2B_x^2 + 4J\sqrt{4J^2 + B_x^2}}} \end{pmatrix} \quad (11)$$

Untuk mempertahankan keadaan adiabatik fungsi gelombang dalam sistem ini (Setiawan, 2019), Persamaan (9) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\tilde{\mathcal{H}} \begin{pmatrix} C_1(R) \\ C_2(R) \end{pmatrix} = i\hbar \frac{\partial}{\partial R} \begin{pmatrix} C_1(R) \\ C_2(R) \end{pmatrix} - \left(i\hbar C_1^* \frac{\partial C_1}{\partial R} + C_2^* \frac{\partial C_2}{\partial R} \right) \begin{pmatrix} C_1(R) \\ C_2(R) \end{pmatrix} \quad (12)$$

$\tilde{\mathcal{H}}$ disebut dengan suku regularisasi yang dapat menjamin sistem bergerak secara adiabatik (Masuda & Nakamura, 2010). $\tilde{\mathcal{H}}$ merupakan matriks (2x2) yang memiliki komponen sebagai:

$$\tilde{\mathcal{H}} = \begin{pmatrix} \tilde{\mathcal{H}}_{11} & \tilde{\mathcal{H}}_{12} \\ \tilde{\mathcal{H}}_{21}^* & -\tilde{\mathcal{H}}_{22} \end{pmatrix} \quad (13)$$

Dengan menggunakan konsep normalisasi fungsi gelombang didapatkan $\xi = 0$. Syarat agar energi pada suatu sistem kuantum bernilai real adalah sistem tersebut harus Hermit. Dalam sistem Hermit, $-\tilde{\mathcal{H}}_{22} = \tilde{\mathcal{H}}_{11}$ dan $\tilde{\mathcal{H}}_{21}^* = \tilde{\mathcal{H}}_{12}$ (Setiawan et al., 2019). Dengan memisalkan,

$$a = \frac{\partial C_1}{\partial R} \quad (14)$$

$$b = \frac{\partial C_2}{\partial R} \quad (15)$$

sehingga persamaan (12) dapat ditulis ulang:

$$\begin{pmatrix} C_1 & C_2 \\ -C_2 & C_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\mathcal{H}}_{11} \\ \tilde{\mathcal{H}}_{12} \end{pmatrix} = i\hbar \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \quad (16)$$

Dengan menyelesaikan persamaan (16) dan menggunakan bentuk eksplisit dari C_1 and C_2 , diperoleh nilai $\tilde{\mathcal{H}}_{11}$ dan $\tilde{\mathcal{H}}_{12}$,

$$\tilde{\mathcal{H}}_{11} = i\hbar a C_1 - i\hbar b C_2 \quad (17)$$

$$\tilde{\mathcal{H}}_{12} = i\hbar a C_2 + i\hbar b C_1 \quad (18)$$

Suku regularisasi dapat dituliskan seperti pada persamaan (19).

$$\tilde{\mathcal{H}} = \begin{pmatrix} i\hbar a (C_1) - i\hbar b (C_2) & i\hbar a (C_2) + i\hbar b (C_1) \\ -i\hbar a (C_2) - i\hbar b (C_1) & -i\hbar a (C_1) + i\hbar b (C_2) \end{pmatrix} \quad (19)$$

Kemudian digunakan rumus yang melibatkan konsep *fast forward* untuk memperoleh Hamiltonian tambahan ($\mathcal{H}$) (Setiawan, 2019). Dimana $R(t)$ didefinisikan kembali menjadi $R(\Lambda(t))$, dengan $\Lambda(t) = \int_0^t \alpha(t') dt'$, sehingga

$$R(\Lambda(t)) = R_0 + \lim_{\epsilon \rightarrow 0, \alpha \rightarrow \infty} \int_0^t \epsilon \Lambda(t') dt'$$

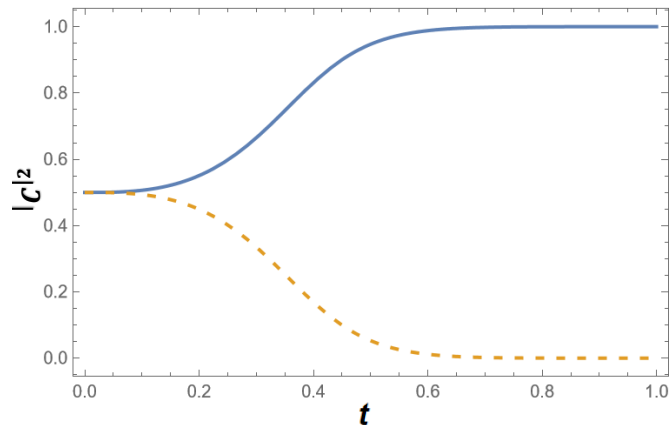
$$R(\Lambda(t)) = R_0 + \int_0^t v(t') dt'$$

$$R(\Lambda(t)) = R_0 + \bar{v} \left[t - \frac{T_{FF}}{2\pi} \text{Sin} \left(\frac{2\pi}{T_{FF}} t \right) \right] \quad (20)$$

Dengan menggunakan parameter waktu adiabatik ϵ yang sangat kecil dan mendekati nol serta faktor pengali waktu α yang mendekati tak hingga sehingga $\epsilon \cdot \alpha =$ memiliki nilai berhingga, v . Dimana v merupakan koefisien kecepatan, sehingga persamaan (19) ditulis kembali menjadi

$$\tilde{\mathcal{H}} = v(t) \mathcal{H} = \begin{pmatrix} v(t)(i\hbar a (C_1) - i\hbar b (C_2)) & v(t)(i\hbar a (C_2) + i\hbar b (C_1)) \\ v(t)(-i\hbar a (C_2) - i\hbar b (C_1)) & v(t)(-i\hbar a (C_1) + i\hbar b (C_2)) \end{pmatrix} \quad (21)$$

Jika parameter $B_X = B_0 - R$, $B_0 = 1$, $v = 1$, $T = 1$, $R = 2v \left(\frac{t}{2} - \frac{T \sin(\frac{2\pi t}{T})}{4\pi} \right)$ dan $J = R$ didapatkan grafik C_1 dan C_2 sebelum ditambahkan Hamiltonian tambahan seperti pada Gambar 1.



Gambar 1. Grafik vektor Eigen sebelum ditambahkan Hamiltonian tambahan

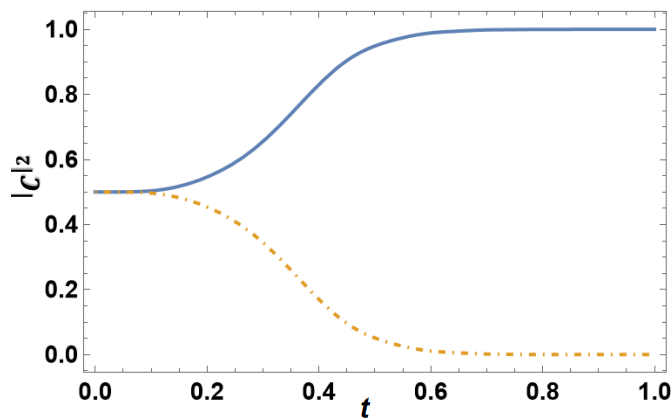
Berdasarkan Gambar 1 terdapat dua keadaan yaitu C_1 dan C_2 , C_1 merupakan garis tebal dan C_2 adalah garis putus putus dengan keadaan awal sistem berada pada keadaan mixed state. Pada keadaan akhir C_1 berada pada *spin up* sedangkan C_2 berada pada *spin down*. Hamiltonian penggerak (H_{FF}) dapat dituliskan melalui persamaan berikut (Setiawan et al., 2019).

$$H_{FF} = v(t)\mathcal{H}(R(\Lambda)(t)) + H_0(R(\Lambda)(t)) \quad (22)$$

Selanjutnya dengan menggunakan persamaan (22) kita dapatkan H_{FF} sebagai berikut.

$$H_{FF} = \begin{pmatrix} v(t)(i\hbar a(C_1) - i\hbar b(C_2)) + J & v(t)(i\hbar a(C_2) + i\hbar b(C_1)) + \frac{B_X}{2} \\ v(t)(-i\hbar a(C_2) + i\hbar b(C_1)) + \frac{B_X}{2} & v(t)(-i\hbar a(C_1) - i\hbar b(C_2)) - J \end{pmatrix} \quad (23)$$

Selanjutnya dengan menggunakan parameter $B_0 = 38$, dengan $B_X = B_0 - R$, $v = 38$, $T = 1$, $R = 2v\left(\frac{t}{2} - \frac{T\sin(\frac{2\pi t}{T})}{4\pi}\right)$ dan $J = R$ diperoleh grafik C_1 dan C_2 setelah menambahkan Hamiltonian tambahan seperti pada Gambar 2.



Gambar 2. Grafik vektor eigen setelah ditambahkan Hamiltonian tambahan

Setelah ditambahkan Hamiltonian tambahan terdapat dua keadaan yaitu C_1 dan C_2 . C_1 merupakan garis tebal dan C_2 adalah garis putus putus dengan keadaan awal sistem berada pada keadaan mixed state. Pada keadaan akhir C_1 berada pada *spin up* sedangkan C_2 berada pada *spin down*.

Berdasarkan Gambar 1 dan Gambar 2, terdapat dinamika yang sama yaitu pada keadaan awal sistem pada keadaan mixed state dan keadaan akhir C_1 berada pada *spin up* sedangkan C_2 berada pada *spin down*. Gambar 1 didapat dengan menggunakan vektor eigen dan Gambar 2 didapatkan dengan penyelesaian persamaan Schrodinger menggunakan Hamiltonian pada persamaan (23). Pada Gambar 2 besar medan magnet B_0 ditingkatkan dan v (faktor kecepatan) ditingkatkan. Persamaan (23) merupakan suku regularisasi atau Hamiltonian tambahan yang dapat mempercepat dinamika sistem secara adiabatik. Suku regularisasi tersebut didapatkan melalui metode *fast forward* [9]. Terlihat melalui penambahan Hamiltonian H_{FF} di persamaan (23), dinamika fungsi gelombang yang sama tetapi, dengan peningkatan medan magnet dan peningkatan kecepatan sistem. Hal ini, menggambarkan bahwa metode *fast forward* dapat meningkatkan dinamika sistem tanpa mengganggu dinamika fungsi gelombang.

Pada metode STA, suku regularisasi diperoleh dengan menjumlahkan semua vektor eigen. Dalam hal, ini vektor eigen negatif dari nilai eigen negatif dijumlahkan dengan vektor eigen positif dari nilai eigen positif (Berry, 2009). Kemudian jika nilai eigen negatif seperti persamaan berikut:

$$\Psi_0(t) = \begin{pmatrix} \frac{-2J - \sqrt{4J^2 + B_x^2}}{\sqrt{8J^2 + 2B_x^2 + 4J\sqrt{4J^2 + B_x^2}}} \\ B_x \\ \frac{B_x}{\sqrt{8J^2 + 2B_x^2 + 4J\sqrt{4J^2 + B_x^2}}} \end{pmatrix} \quad (24)$$

Dan menggunakan persamaan (12) untuk mencari energi tambahan didapatkan suku regularisasi berikut

$$\tilde{\mathcal{H}}_- = \begin{pmatrix} (i\hbar a(C_1^-) - i\hbar b(C_2^-)) & (i\hbar a(C_2^-) + i\hbar b(C_1^-)) \\ -(i\hbar a(C_2^-) + i\hbar b(C_1^-)) & -(i\hbar a(C_1^-) - i\hbar b(C_2^-)) \end{pmatrix} \quad (25)$$

Dengan,

$$C_1^- = \frac{-2J - \sqrt{4J^2 + B_x^2}}{\sqrt{8J^2 + 2B_x^2 + 4J\sqrt{4J^2 + B_x^2}}}$$

$$C_2^- = \frac{B_x}{\sqrt{8J^2 + 2B_x^2 + 4J\sqrt{4J^2 + B_x^2}}}$$

Dan dengan menulis ulang suku regularisasi untuk energi eigen positif menjadi

$$\tilde{\mathcal{H}}_+ = \begin{pmatrix} (i\hbar a(C_1^+) - i\hbar b(C_2^+)) & (i\hbar a(C_2^+) + i\hbar b(C_1^+)) \\ -(i\hbar a(C_2^+) + i\hbar b(C_1^+)) & -(i\hbar a(C_1^+) - i\hbar b(C_2^+)) \end{pmatrix} \quad (26)$$

Dengan:

$$C_1^+ = \frac{2J + \sqrt{4J^2 + B_x^2}}{\sqrt{8J^2 + 2B_x^2 + 4J\sqrt{4J^2 + B_x^2}}}$$

$$C_2^+ = \frac{B_x}{\sqrt{8J^2 + 2B_x^2 + 4J\sqrt{4J^2 + B_x^2}}}$$

Melalui metode STA dilakukan penjumlahan $\tilde{\mathcal{H}}_-$ pada persamaan (25) dan $\tilde{\mathcal{H}}_+$ pada persamaan (26) sehingga diperoleh suku regularisasi sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{H}}_- + \tilde{\mathcal{H}}_+ = & \begin{pmatrix} (i\hbar a(C_1^-) - i\hbar b(C_2^-)) & (i\hbar a(C_2^-) + i\hbar b(C_1^-)) \\ -(i\hbar a(C_2^-) + i\hbar b(C_1^-)) & -(i\hbar a(C_1^-) - i\hbar b(C_2^-)) \end{pmatrix} + \\ & \begin{pmatrix} (i\hbar a(C_1^+) - i\hbar b(C_2^+)) & (i\hbar a(C_2^+) + i\hbar b(C_1^+)) \\ -(i\hbar a(C_2^+) + i\hbar b(C_1^+)) & -(i\hbar a(C_1^+) - i\hbar b(C_2^+)) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (27)$$

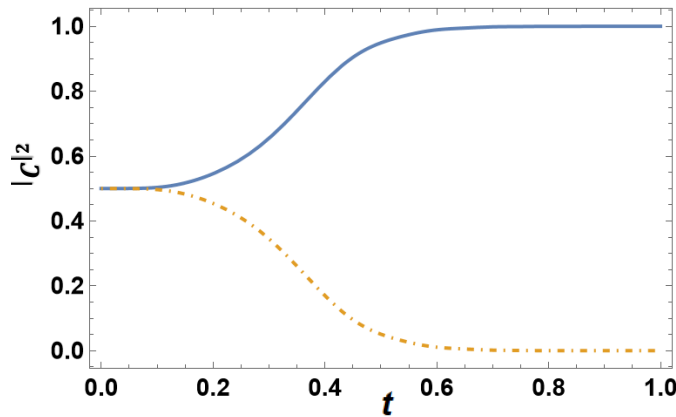
Selanjutnya untuk mencari Hamiltonian tambahan ($\mathcal{H}$) digunakan persamaan berikut:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{H}} &= v(t)\tilde{\mathcal{H}} \\ &= \begin{pmatrix} v(t)(i\hbar a(C_1^-) - i\hbar b(C_2^-)) + (i\hbar a(C_1^+) - i\hbar b(C_2^+)) & v(t)(i\hbar a(C_2^-) + i\hbar b(C_1^-)) + (i\hbar a(C_2^+) + i\hbar b(C_1^+)) \\ -v(t)(i\hbar a(C_2^-) + i\hbar b(C_1^-)) - (i\hbar a(C_2^+) + i\hbar b(C_1^+)) & -v(t)(i\hbar a(C_1^-) - i\hbar b(C_2^-)) - (i\hbar a(C_1^+) - i\hbar b(C_2^+)) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (28)$$

Setelah memperoleh hamiltonian tambahannya, selanjutnya diperoleh Hamiltonian dipercepat untuk metode shortcuts to adiabaticity sebagai berikut (Hatomura, 2024):

$$\begin{aligned} H_{STA} &= v(t)\tilde{\mathcal{H}} + H_0 \left(R(\Lambda(t)) \right) \\ &= \begin{pmatrix} v(t)(i\hbar a(C_1^-) - i\hbar b(C_2^-)) + (i\hbar a(C_1^+) - i\hbar b(C_2^+)) + J R(\Lambda(t)) & v(t)(i\hbar a(C_2^-) + i\hbar b(C_1^-)) + (i\hbar a(C_2^+) + i\hbar b(C_1^+)) + \frac{B_x}{2} R(\Lambda(t)) \\ -v(t)(i\hbar a(C_2^-) + i\hbar b(C_1^-)) - (i\hbar a(C_2^+) + i\hbar b(C_1^+)) + \frac{B_x}{2} R(\Lambda(t)) & -v(t)(i\hbar a(C_1^-) - i\hbar b(C_2^-)) - (i\hbar a(C_1^+) - i\hbar b(C_2^+)) - J R(\Lambda(t)) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (30)$$

Pada metode STA dengan menambahkan suku regularisasi penggerak tambahan dengan menggunakan parameter $B_0 = 38$, dengan $B_x = B_0 - R$, $v = 38$, $T = 1$, $R = 2v \left(\frac{t}{2} - \frac{T \sin(\frac{2\pi t}{T})}{4\pi} \right)$ dan $J = R$ akan didapatkan grafik seperti pada Gambar 3.



Gambar 3. Grafik vektor eigen dengan STA

Dari Gambar 3, terlihat dua keadaan C_1 dan C_2 , C_1 merupakan garis tebal dan C_2 adalah garis putus-putus dengan keadaan awal sistem berada pada keadaan mixed state. keadaan akhir C_1 berada pada *spin up* sedangkan C_2 berada pada *spin down*.

Grafik fungsi gelombang metode *fast forward* dan STA menunjukkan dinamika yang sama yaitu keadaan awal mixed state, keadaan akhir C_1 *spin up* dan C_2 *spin down*. *Fast*

forwad membutuhkan medan magnet B_0 yang lebih besar dan faktor kecepatan v ditingkatkan. STA juga membutuhkan medan magnet B_0 yang lebih besar dan faktor kecepatan juga ditingkatkan.

SIMPULAN

Penelitian ini diterapkan metode *fast forwad* dan *shortcut to adiabaticity* (STA) yang diterapkan pada Sistem Dua Keadaan untuk mendapatkan suku regularisasi dan Hamiltonian tambahan dengan aplikasi pada sistem spin tunggal. Pada penelitian ini metode *fast forwad* untuk mencari nilai suku regularisasi ($\tilde{\mathcal{H}}$) diperlukan satu informasi tentang energi sistem. Sedangkan metode STA memerlukan semua informasi energi dari sistem. Didapatkan bahwa dengan menambahkan Hamiltonian tambahan pada metode *fast forward*, keadaan sistemnya tetap sama namun medan magnet yang digunakan menjadi lebih besar serta keadaan akhir sistem didapatkan dalam waktu yang lebih singkat. Hal yang sama didapatkan pada metode STA. Untuk penelitian selanjutnya diharapkan dapat mengeksplorasi kedua metode ini untuk mencapai hasil akhir tanpa tambahan medan magnet yang besar dan dapat mengembangkan kedua metode pada sistem spin lainnya.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terimakasih kepada Program Studi Pendidikan Fisika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan (FKIP) Universitas Bengkulu yang telah memberikan izin kepada penulis untuk mengikuti kegiatan MBKM (Merdeka Belajar Kampus Merdeka) 2024.

DAFTAR PUSTAKA

- Ainayah, N., Setiawan, I., & Hamdani, D. (2023). Methods to Accelerate Equilibrium in Overdamped Brownian Motion. *Jurnal Pendidikan Fisika dan Keilmuan (JPFK)*, 8(2), 212–224. <https://doi.org/10.25273/jpfk.v8i2.13626>
- Aszhar, J., Setiawan, I., & Medriati, R. (2024). Universitas Papua Method for Accelerating Equilibrium in Perfectly Damped Brownian Motion with Harmonic Potential Metode untuk Mempercepat Kesetimbangan pada Gerak Brown. *Kasuari: Physics Education Journal (KPEJ)*, 7(1), 31–43. <https://doi.org/https://doi.org/10.37891/kpej.v7i1.485>
- Benggadinda, A., & Setiawan, I. (2021). Metoda Fast forwad Untuk Mempercepat Dinamika Kuantum Adiabatik Pada Spin Tunggal. *Jurnal Sains dan Teknologi (JST)*, 10(2), 274–280. <https://doi.org/10.23887/jstundiksha.v10i2.39876>
- Berry, M. V. (2009). Transitionless quantum driving. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 42(36). <https://doi.org/10.1088/1751-8113/42/36/365303>
- Chen, X., & Muga, J. G. (2010). Transient energy excitation in shortcuts to adiabaticity for the time-dependent harmonic oscillator. *Physical Review A - Atomic, Molecular, and Optical Physics*, 82(5), 1–7. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.82.053403>
- Del Campo, A. (2013). Shortcuts to adiabaticity by counterdiabatic driving. *Physical Review Letters*, 111(10), 1–5. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.111.100502>
- Elisa, N., Setiawan, I., & Hamdani, D. (2023). Energi Penggerak untuk Mempercepat Kesetimbangan Gerak Brown Teredam Sebagian (Underdamped). *Jurnal Inovasi dan Pembelajaran Fisika*, 10(1), 21–33. <https://doi.org/10.36706/jipf.v10i1.19240>
- Guéry-Odelin, D., Ruschhaupt, A., Kiely, A., Torrontegui, E., Martínez-Garaot, S., & Muga, J. G. (2019). Shortcuts to adiabaticity: Concepts, methods, and applications. *Reviews of Modern Physics*, 91(4), 1–54.

<https://doi.org/10.1103/RevModPhys.91.045001>

- Hatomura, T. (2024). Shortcuts to adiabaticity: theoretical framework, relations between different methods, and versatile approximations. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 57(10). <https://doi.org/10.1088/1361-6455/ad38f1>
- Hutagalung, M., Setiawan, I., & Hamdani, D. (2023). Kajian Literatur Fase Adiabatik untuk mempercepat Dinamika Kuantum Adiabatik pada Osilator Harmonik. *Indonesian Journal Of Applied Physics*, 13(1), 106–116. <https://doi.org/10.13057/ijap.v12i2.65252>
- Masuda, S., & Nakamura, K. (2010). Fast forward of adiabatic dynamics in quantum mechanics. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 466(2116), 1135–1154. <https://doi.org/10.1098/rspa.2009.0446>
- Masuda, S., & Nakamura, K. (2022). Fast forward scaling theory. *The Royal Society Publishing*, 10(1), 1–15. <https://doi.org/https://doi.org/10.1098/rsta.2021.0278>
- Nakamura, K., Khujakulov, A., Avazbaev, S., & Masuda, S. (2017). Fast forward of adiabatic control of tunneling states. *Physical Review A*, 95(6), 1–15. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.95.062108>
- Opatrny, T., & Mølmer, K. (2014). Partial suppression of nonadiabatic transitions. *New Journal of Physics*, 16. <https://doi.org/10.1088/1367-2630/16/1/015025>
- Patra, A., & Jarzynski, C. (2021). Semiclassical fast forward shortcuts to adiabaticity. *Physical Review Research*, 3(1). <https://doi.org/10.1103/PhysRevResearch.3.013087>
- Setiawan, I. (2019). Dinamika Spin Kuantum Adiabatik Dipercepat Pada Model Landau-Zener Dan Model Ising. *Jurnal Kumparan Fisika*, 2(1), 57–64. <https://doi.org/10.33369/jkf.2.1.57-64>
- Setiawan, I., Ekawita, R., Sugihakim, R., & Gunara, B. E. (2023). Fast forward adiabatic quantum dynamics of XY spin model on three spin system. *Physics Script*, 98(2), 1–13. <https://doi.org/10.1088/1402-4896/acb2fe>
- Setiawan, I., Gunara, B. E., Avazbaev, S., & Nakamura, K. (2019). Fast forward approach to adiabatic quantum dynamics of regular spin clusters: Nature of geometry-dependent driving interactions. *Physical Review A*, 99(6), 62116. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.99.062116>
- Syafitri, D., Setiawan, I., Studi, P., Fisika, P., & Bengkulu, U. (2023). Analisis Fase Tambahan , Potensial Tambahan , dan Rapat Arus Adiabatik Sistem Kuantum Dengan Potensial Tangga. *Navigation Physics : Journal of Physics Education*, 5(2), 66–76. <https://doi.org/https://doi.org/10.30998/npjpe.v5i2.2367>